

УДК 637.118

В.К. Клыбик, М.В. Колончук

(РУП «НПЦ НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства», г. Минск, Республика Беларусь)

В.М. Колончук,

Ф.Д. Сапожников, Г.Г. Тычина

(УО «БГАТУ», г. Минск, Республика Беларусь)

ФАКТОРЫ

КОРОБЛЕНИЯ

ЛОПАТОК

ВОДОКОЛЬЦЕВЫХ

ВАКУУМНЫХ

НАСОСОВ

Введение

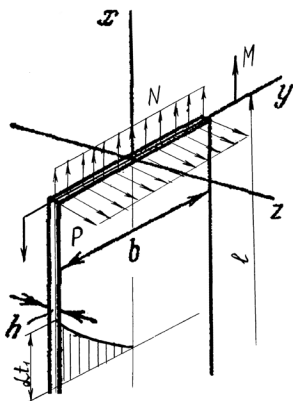
Наряду с другими параметрами, производительность водокольцевого вакуумного насоса определяется числом и формой лопаток. Практически для насосов производительностью от 3 до $10 \text{ м}^3/\text{мин}$ число лопаток принимается от 8 до 24. Большее число лопаток снижает перепад давления между соседними ячейками, перетекание сжатого воздуха со стороны нагнетания во всасывающую сторону, описываемый объем ротора за счет их толщины и момент, изгибающий лопатку, и увеличивает потери на трение лопаток о жидкостное кольцо. Меньшее число лопаток увеличивает перепад давления между соседними ячейками и перетекание сжатого воздуха со стороны нагнетания на всасывающую сторону, а также момент, изгибающий лопатку. Поэтому желательно применять большее число тонких лопаток. Однако тонкие лопатки теряют устойчивость. Число лопаток влияет на их толщину. Коэффициент ψ литых колес, учитывающий влияние толщины лопаток, меньше, чем сварных. Для литых роторов $\psi = 0,65 \dots 0,85$, для сварных роторов с лопатками из листовой стали обычно $\psi > 0,85$.

Цель работы – определить условия, при которых имеет место потеря устойчивости тонких лопаток.

Основная часть

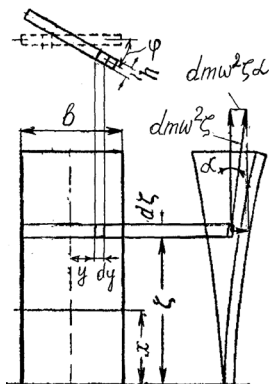
Потерю устойчивости лопаток насосов определяют следующие факторы (рисунок 1). Во-первых, изгибающий момент от гидродинамического сопротивления жидкостного кольца. Во-вторых, влияние температурного перепада по длине ротора. Можно считать, что длинная лопатка вакуумного насоса нагревается равномерно по длине l и толщине h , но неравномерно по ширине b . В-третьих, влияние центробежных сил – от осевой растягивающей силы P , действующей одновременно с крутящим моментом.

Полагая, что некоторое сечение, расположенное на расстоянии ζ от оси, повернулось в результате закручивания лопатки на угол φ (рисунок 2),



P – касательная сила; N – центробежная сила;
 M – момент; α_1 – температурное удлинение;
 l – длина лопатки; h – толщина; b – ширина

Рисунок 1. – Факторы потери устойчивости лопатки



$dm\omega^2\zeta\alpha$ – поперечная составляющая;
 $dm\omega^2\zeta$ – инерционная сила;
 h – минимальная ширина; L – длина
 Рисунок 2. – Схема определения критической угловой скорости

выделим из лопатки элемент $d\zeta dyh$, расположенный на расстоянии y от оси лопатки. При повороте сечения на угол φ элементарная инерционная сила $dm\omega^2\zeta$ даст поперечную составляющую $dm\omega^2\zeta\alpha$.

Тогда крутящий момент в сечении x определится по элементарному закручивающему моменту этой силы (dM) и удельному весу материала лопатки (γ):

$$\left\{ \begin{array}{l} dM = dm\omega^2\zeta y; \\ dm = \frac{y}{g} h d\zeta dy; \\ \alpha = \varphi \frac{y}{\zeta}; \\ M = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_0^l \frac{y}{g} h \omega^2 \varphi y^2 dy d\zeta; \end{array} \right. \rightarrow M = \frac{y}{g} \frac{b^3 h}{12} \omega^2 \int_0^l \varphi d\zeta.$$

Нормальная сила в том же сечении определится интегрированием выражения

$$\omega^2 \zeta dm = \frac{y}{g} \omega^2 h \zeta d\zeta dy,$$

что дает:

$$N = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_0^l \frac{y}{g} \omega^2 h \zeta d\zeta dy = \frac{y}{g} \frac{\omega^2 b h}{2} (l^2 - x^2).$$

Из условий закручивания лопатки имеем:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_{кр}}{C},$$

где C – жесткость на кручение.

Если бы лопатка закручивалась без растяжения (рисунок 3), то тогда в пределах малых перемещений между удельным углом закручивания θ и моментом M существовала бы зависимость $\theta = \frac{3M}{bh^3G}$. То есть жесткость на кручение была бы равной $\frac{1}{3}bh^3G$. При повороте торцевого сечения нормальные напряжения $\frac{P}{bh}$ от действия растягивающей силы P сохраняют направление продольных волокон закручиваемой лопатки. Проекция этих напряжений на плоскость, перпендикулярную оси лопатки, равны

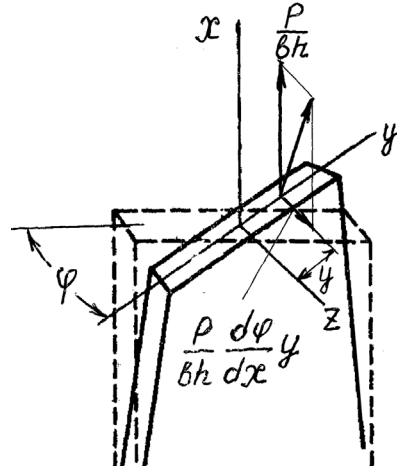


Рисунок 3. – Влияние растягивающей силы на кручение лопатки

$$-\frac{P}{bh} \frac{d\varphi}{dx} y = \frac{P}{bh} \theta y.$$

Эти напряжения дают дополнительный крутящий момент

$$M_p = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{P}{bh} \theta y^2 h dy = P\theta \frac{b^2}{12}.$$

Присоединяя этот момент к моменту, создаваемому касательными напряжениями, находим

$$M = C_0\theta + P\theta \frac{b^2}{12} = \theta \left(C_0 + \frac{Pb^2}{12} \right).$$

Жесткость на кручение растягиваемой лопатки равна жесткости нерастягиваемой лопатки плюс величина $\frac{Pb^2}{12}$. Последняя величина в данном случае зависит от силы N :

$$C = \frac{1}{3}bh^3G + \frac{Nb^2}{12} \rightarrow C = \frac{1}{3}bh^3G + \frac{y}{g} \frac{b^3h}{24} \omega^2 (l^2 - x^2).$$

Теперь получим $\frac{d\varphi}{dx} C = \frac{y}{g} \frac{b^3 h}{12} \omega^2 \int_x^l \varphi d\zeta$. Дифференцируем обе части этого уравнения по x :

$$\frac{d}{dx} \left(C \frac{d\varphi}{dx} \right) = -\frac{y}{g} \frac{b^3 h}{12} \omega^2 \varphi.$$

Но из выражения для C следует:

$$-\frac{y}{g} \frac{b^3 h}{12} \omega^2 = \frac{1}{x} \frac{dC}{dx}.$$

Поэтому

$$x \frac{d}{dx} \left(C \frac{d\varphi}{dx} \right) = \frac{dC}{dx} \varphi.$$

Независимо от вида функции C , решением этого уравнения будет

$$\varphi = x \left[A \int \frac{dx}{x^2 C} + B \right] \rightarrow \varphi = x \left[A \int \frac{dx}{\left[\frac{1}{3} b h^3 G + \frac{y}{g} \frac{b^3 h}{24} \omega^2 (l^2 - x^2) \right] x^2} + B \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{A}{p} \left(-1 + \frac{k}{2} x \ln \frac{1+kx}{1-kx} \right) + Bx; \\ p = \frac{1}{3} b h^3 G + \frac{y}{g} \frac{b^3 h}{24} \omega^2 l^2; \\ k^2 = \frac{1}{p} \frac{y}{g} \frac{b^3 h}{24} \omega^2, \end{cases}$$

где A и B – произвольные постоянные.

При $x=0$ $\varphi=0$, откуда $A=0$. Далее, при $x=l$ имеем $M_{kp}=0$ $\left(\frac{d\varphi}{dx} = 0 \right)$, и тогда $B=0$. Следовательно, лопатка остается прямой при любой угловой скорости ω ротора.

Осевое напряжение лопатки из-за температурного градиента выражается через осевые удлинения, представленные в виде линейной функции y (рисунок 1):

$$\sigma_x = E(\varepsilon_x - \alpha t) \rightarrow \sigma_x = E(\varepsilon_o + \chi y - \alpha t),$$

где χ – изменение кривизны лопатки в плоскости xu ;
 αt – температурное удлинение.

Так как нормальная сила в сечении и изгибающий момент M_x равны нулю, то, учитывая соотношение $dF = hdy$, получим:

$$\int_F \sigma_x dF = 0 \rightarrow \int_{-b/2}^{+b/2} (\varepsilon_o + \chi y - \alpha t) dy = 0 \rightarrow \varepsilon_o b - \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t dy = 0 \rightarrow \varepsilon_o = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t dy ;$$

$$\int_F \sigma_x y dF = 0 \rightarrow \int_{-b/2}^{+b/2} (\varepsilon_o + \chi y - \alpha t) y dy = 0 \rightarrow \chi \frac{b^3}{12} - \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t y dy = 0 \rightarrow \chi = \frac{12}{b^3} \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t y dy .$$

При возникновении крутки напряжения σ_x образуют момент относительно оси x (рисунок 4), равный

$$M_x = \int_F \frac{y d\varphi}{dx} \sigma_x y dF = 0 \rightarrow M_x = \frac{d\varphi}{dx} \int_F \sigma_x y^2 dF = 0.$$

Кроме того, при закручивании в лопатке возникает момент касательных напряжений, равный, как известно, $M_\tau = \frac{1}{3} bh^3 G \frac{d\varphi}{dx}$. Коэффициент

пропорциональности μ (абсолютную величину отношения относительной поперечной и продольной деформаций) принято называть коэффициентом Пуассона, который также может рассматриваться как характеристика упругих свойств материала, устанавливаемая экспериментально. Средняя величина коэффициента Пуассона для стали углеродистой и легированной составляет 0,24...0,33 [1]. Величину

$\frac{E}{2(1+\mu)}$ называют модулем сдвига и обо-

значают буквой G : $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$.

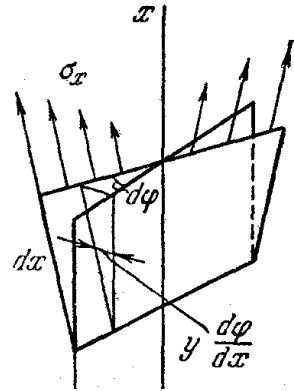


Рисунок 4. – Схема осевых напряжений пластины по температурному градиенту

Сумма этих моментов равна нулю, поэтому, исключая ε_o , получим условие перехода к новой форме равновесия:

$$\frac{1}{3} bh^3 G + \int_F \sigma_x y^2 dF = 0 \rightarrow - \int_{-b/2}^{+b/2} (\varepsilon_o + \chi y - \alpha t) y^2 dy = \frac{bh^2}{6(1+\mu)} \rightarrow$$

$$\rightarrow - \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t y^2 dy - \frac{12}{b^3} \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t y^3 dy + \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t y^2 dy = \frac{bh^2}{6(1+\mu)} \rightarrow \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha t \left(y^2 - \frac{b^2}{12} \right) dy = \frac{bh^2}{6(1+\mu)},$$

где μ – коэффициент Пуассона.

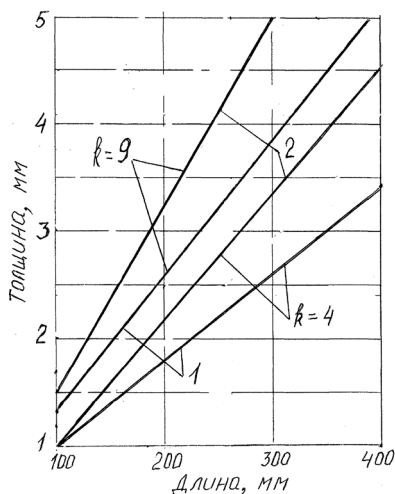
Линейный закон распределения $\alpha t = A + By$ температурных удлинений вдоль оси y , обращая в нуль левую часть выражения при любых значениях A и B , свидетельствует об отсутствии новой формы равновесия при линейном распределении температуры. Другие формы распределения температурных удлинений вдоль оси y вызывают коробление лопатки. Например, распределение температурных удлинений на левой половине по квадратичному закону $\alpha t = \frac{k\alpha t_1}{b^2} y^2$ (рисунок 5) свидетельствует о потере формы устойчивости

тонкими лопатками при более низкой температуре (рисунок 5).

$$\int_{-b/2}^{+b/2} \frac{k\alpha t_1}{b^2} y^2 \left(y^2 - \frac{b^2}{12} \right) dy = \frac{bh^2}{6(1+\mu)} \rightarrow \alpha t_1 = \frac{60}{k(1+\mu)} \frac{h^2}{b^2} \rightarrow h = b \sqrt{\frac{k(1+0,22)\alpha t_1}{60}} \rightarrow h = \frac{b}{7} \sqrt{k\alpha t_1}.$$

Принимая $k = 4$, температурный коэффициент линейного расширения углеродистой стали $\alpha = (10 \dots 17) \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$, а чугуна – почти $\alpha = (9 \dots 11) \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$, максимальную температуру $t_1 = 100 \text{C}$, находим, что минимальная толщина стальной или чугунной лопатки составляет 1 мм для лопатки длиной 100 мм (рисунок 5).

Условия существования других возможных форм равновесия отображает лопатка, которая выпучилась и вышла из плоскости начального изгиба (рисунок 6). Обозначим через z боковое перемещение оси



1 – чугунная; 2 – стальная

Рисунок 5. – Минимальная толщина лопатки

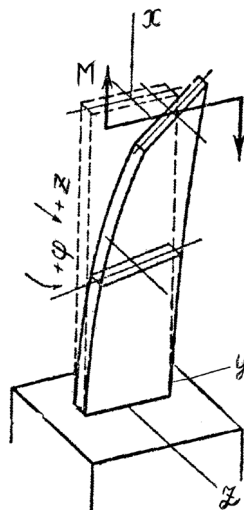


Рисунок 6. – Схема определения формы равновесия при действии момента

лопатки, а через φ – угол поворота сечения относительно оси x . В отклоненном положении в сечениях лопатки в плоскости минимальной жесткости возникает изгибающий момент. Этот момент равен $M\varphi$ и направлен в сторону увеличения кривизны лопатки. Крутящий момент, возникающий в сечении искривленной лопатки, равен Mz' и направлен так, что стремится уменьшить угол φ . Следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{изг} = +M\varphi; \\ M_{к} = -Mz'; \\ M_{изг} = EJz''; \\ M_{к} = GJ_T\varphi'; \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} EJz'' = M\varphi; \\ GJ_T\varphi' = -Mz'; \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi = A\sin\alpha x + B\cos\alpha x; \\ z = -\frac{GJ_T}{M}(A\sin\alpha x + B\cos\alpha x) + C; \\ \alpha^2 = \frac{M^2}{EJGJ_T}, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \frac{bh^3}{12}; \\ J_T = \frac{bh^3}{3}; \end{array} \right.$$

где A , B и C – произвольные постоянные, которые определяются из следующих условий: при $x = 0$ имеем $\varphi = 0$, $z = 0$, $z' = 0$.

$$\text{Тогда получаем: } B = 0, -\frac{GJ_T}{M}B + C = 0, A = 0.$$

Так как $A = B = C = 0$, то отсюда следует, что при любых конечных значениях момента M форм равновесия, отличных от плоской формы изгиба, не существует.

Заключение

Угловая скорость ротора водокольцевого вакуумного насоса и линейное распределение температуры по длине лопатки не являются причинами ее коробления. В то же время нелинейное распределение температурного градиента по длине лопатки ротора – один из факторов ее коробления. Чем относительно тоньше лопатка, тем при более низкой температуре происходит потеря устойчивости (коробление). Лопатка, изготовленная из более теплопроводного материала, подвержена в большей степени температурному короблению. Минимальная толщина лопатки ротора, изготовленной из углеродистой стали, составляет 1 мм, а из чугуна – 2 мм. Изгибающий момент от гидродинамического сопротивления жидкостного кольца вызывает изгиб лопатки.

19.10.2015

Литература

1. Гастев, В.А. Краткий курс сопротивления материалов / В.А. Гастев. – Москва: Физматлит, 1959. – 424 с.: ил.