

В. К. Клыбик, Ю. А. Ракевич*РУП «НПЦ НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства»**г. Минск, Республика Беларусь**E-mail: labts@mail.ru; rakevich.1991@mail.ru***УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ
ВЫМЕНИ КОРОВ**

Аннотация. В статье предложено описание упрощенной модели геометрической формы вымени коров. Рассмотрены существующие формы вымени коров, их очертания, соотношения длины, ширины и глубины, а также морфологические свойства вымени в зависимости от лактации. Приведено математическое описание упрощенной геометрической модели вымени коровы с графическим отображением. Составлено уравнение секущей плоскости и получена математическая модель, упрощенно описывающая геометрическую форму вымени у коров.

Ключевые слова: теоретические исследования, термографический снимок, машинное доение, эллипсоид, длина, ширина, глубина, геометрическая форма, плоскость, математическая модель, вымя коровы.

V. K. Klybik, Yu. A. Rakevich*RUE "SPC NAS of Belarus for Agricultural Mechanization"**Minsk, Republic of Belarus**E-mail: labts@mail.ru; rakevich.1991@mail.ru***A SIMPLIFIED MODEL OF THE GEOMETRICAL SHAPE OF THE COW UDDER**

Abstract. The article considers the issue of a simplified model of the geometric shape of the cow's udder. The existing forms of the cow's udder, their outlines, ratios of length, width and depth, as well as the morphological properties of the cow's udder depending on lactation are described. A mathematical description of a simplified geometric model of the cow's udder with a graphical display is given. A plane equation is compiled, a mathematical model is obtained that describes the geometric shape of the cow's udder in a simplified manner.

Keywords: theoretical research, thermographic image, machine milking, ellipsoid, length, width, depth, geometric shape, plane, mathematical model, cow's udder.

Введение

Автоматизация и цифровизация отрасли животноводства является перспективным направлением дальнейшего развития, которое предполагает разработку и использование роботизированных систем доения, кормления, устройств диагностики заболеваний животных и прочих систем улучшения содержания животных.

Отсутствие научно-методической базы, используемой при разработке подобных устройств для получения термографических снимков вымени, существенно сдерживает автоматизацию технологий диагностики заболеваний коров маститом.

Для повышения достоверности получаемых данных при бесконтактном определении биометрических и температурных параметров вымени лактирующих животных необходимо получить термографический снимок, содержащий максимальную площадь боковой поверхности вымени, что невозможно осуществить без проведения теоретических исследований с использованием модели геометрической формы вымени коров [1].

Кроме того, математическое описание формы вымени востребовано инженерами: при разработке роботов-дояров (например, системы типа AMS – Automatic Milking Systems) используют упрощенные 3D-модели вымени для точного позиционирования доильных аппаратов. Ветеринары и зоотехники применяют модели для оценки симметрии, объема и формы вымени, что может

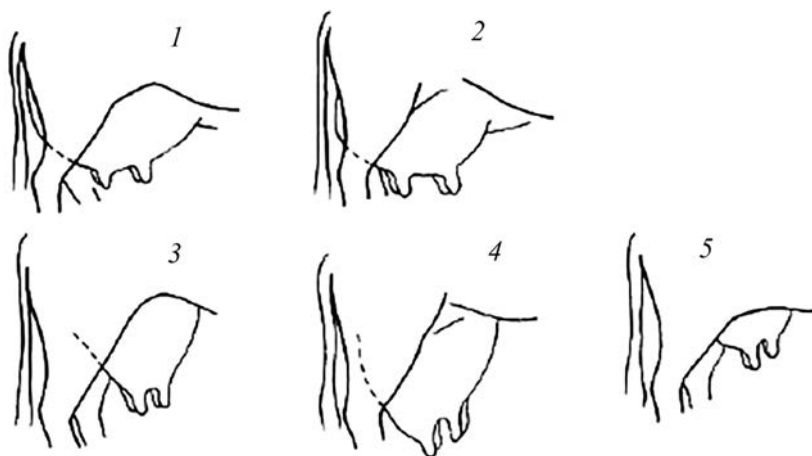


Рисунок 1 – Формы вымени коров: 1 – ваннообразное; 2 – чашевидное; 3 – округлое суженное (воронковидное); 4 – козье; 5 – примитивное

указывать на заболевания (мастит, отеки и др.). Селекционеры используют модель для оценки экстерьерных признаков у коров, что важно для отбора животных с оптимальной формой вымени, пригодной для машинного доения [2].

Промышленная технология производства молока, основанная на машинном доении коров, предъявляет особые требования к животным по строению и геометрическим размерам вымени.

Форму вымени (рисунок 1) характеризуют его очертания, соотношения длины, ширины и глубины.

По форме у коров различают вымя:

- *ваннообразное* – распространенное далеко вперед, удлиненное, широкое и достаточно глубокое вымя. Его длина на 15 % больше и превышает ширину; в плане имеет форму вытянутого овала (яйцевидное);

- *чашевидное* – средней длины и ширины, довольно глубокое, несколько округлое; его длина только на 5–15 % превышает ширину, а в плане имеет форму небольшого овала;

- *округлое суженное (воронковидное)* – с небольшой площадью прикрепления, книзу суженное, соски сближенные;

- *козье* – с недоразвитыми передними или сильно гипертрофированными и отвисшими задними долями, резко разграниченными боковой бороздой;

- *примитивное* – малоразвитое, полушаровидное, с небольшими, близко расположенными сосками [3].

Промеры вымени и сосков представляют объективную характеристику их развития и формы, находятся в связи с продуктивностью и пригодностью для машинного доения.

Для машинного доения наиболее подходят коровы с ваннообразной, чашеобразной и округлой формами вымени, которые отличаются пропорциональным соотношением удоев в четвертях, более стабильной продуктивностью и продолжительностью лактации.

Основная часть

Для определения геометрических форм выполняют следующие промеры вымени в определенных его точках (рисунок 2) [4].

С увеличением возраста коровы и количества лактаций происходит закономерное увеличение размеров вымени (см. таблицу) и полное развитие достигается к 5–6-му отелу [5].

Для проведения дальнейших теоретических исследований математически опишем геометрические параметры вымени наиболее распространенной ваннообразной или чашевидной формы, которую можно в общем случае упрощенно представить в виде половины эллипсоида, имеющего размеры, соответствующие коровам 3-й лактации (таблица). При моделировании соски условно не рассматриваем. В проекции на плоскость его форма будет представлять вытянутый овал с длиной, превышающей ширину примерно на 12 %.

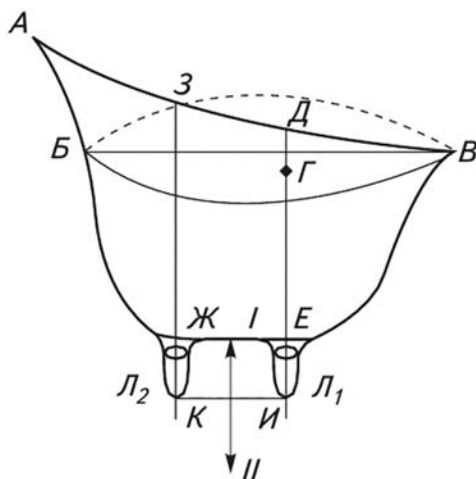


Рисунок 2 – Промеры вымени коровы: AB – граница прикрепления вымени; BB – длина (измеряют у основания вымени от задней выпуклости до его переднего края); $Г$ – наибольшая ширина (измеряют над сосками передних четвертей); $BB-BB$ – наибольший обхват (измеряют лентой по горизонтальной линии на уровне основания переднего края вымени); DE – глубина передней четверти и $ЖЖ$ – глубина задней четверти (измеряют по вертикали от брюшной стенки до основания соска); $II-II$ – высота вымени над землей (измеряют от середины нижней части вымени ($EЖ$) до земли); $ИИ$ – длина переднего соска и $ЖК$ – длина заднего соска (измеряют от их основания до кончика); $Л_1$ – обхват переднего соска и $Л_2$ – обхват заднего соска (измеряют у основания сосков); $ИК$ – расстояние между передними и задними сосками

Морфологические свойства вымени коров в зависимости от лактации

№ п/п	Условное обозначение	Параметры	Значение параметра, м		
			Лактация по счету		
			I	II	III
1	$Г$	Ширина вымени	$0,274 \pm 0,003$	$0,278 \pm 0,0073$	$0,314 \pm 0,0068$
2	BB	Длина вымени	$0,329 \pm 0,0036$	$0,337 \pm 0,0076$	$0,351 \pm 0,0059$
3	$BB-BB$	Обхват вымени	$1,001 \pm 0,0062$	$1,014 \pm 0,0327$	$1,068 \pm 0,0159$
4	$DE, ЖЖ$	Глубина вымени	$0,223 \pm 0,0049$	$0,225 \pm 0,0057$	$0,251 \pm 0,0034$

Математическое описание упрощенной геометрической модели вымени коровы. Исходя из рассмотренного выше материала, в большинстве случаев геометрическую форму вымени можно упрощенно представить в виде эллипсоида, центр которого в горизонтальном сечении совпадает с точкой начала координат O трехмерной системы координат XYZ . Верхняя часть вымени условно ограничена наклонной секущей плоскостью, проходящей через ось OX боковую верхнюю точку вымени M_A , заднюю верхнюю точку M_B и переднюю верхнюю точку M_E , расположение которой принимаем ниже задней на $0,088$ м (рисунок 3) согласно усредненному значению фактической глубины передних и задних четвертей вымени.

Составление уравнения плоскости. Если плоскость содержит ось OX , значит она должна содержать все точки этой оси, т. е. любую точку вида $(t, 0, 0)$, где t – любое действительное число. Кроме того, плоскость проходит через переднюю верхнюю точку вымени $M_E(0; 0,176; -0,044)$.

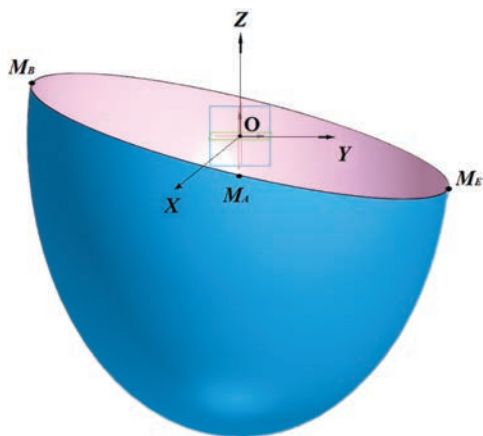


Рисунок 3 – Графическое отображение упрощенной модели вымени коровы

Поскольку плоскость содержит ось OX , можно предположить, что ее нормальный вектор перпендикулярен направляющему вектору оси OX ($\vec{m} = 1, 0, 0$). Значит, нормальный вектор плоскости будет иметь нулевую x -компоненту. То есть нормальный вектор можно записать как $\vec{n} = (0, d, e)$, где d и e – некоторые коэффициенты.

Общее уравнение плоскости, проходящей через начало координат (поскольку ось OX проходит через начало), имеет вид:

$$By + Cz = 0. \quad (1)$$

Теперь нужно подставить координаты точки M_E в уравнение (1), чтобы найти соотношение между B и C .

Подставляя координаты точки $M_E(0; 0,176; -0,044)$ в уравнение $By + Cz = 0$, получаем

$$B \cdot 0,176 + C(-0,044) = 0,$$

тогда получим следующее:

$$0,176B(-0,044)C = 0.$$

Умножим обе части на 1 000 и, выразив B через C , получим

$$176B = 44C.$$

Отсюда

$$B = \frac{44}{176}C.$$

Тогда уравнение плоскости будет иметь вид

$$44y + 176z = 0, \quad (2)$$

которое, упростив, можно записать в следующем виде:

$$z = -\frac{1}{4}y. \quad (3)$$

Геометрический контур рассмотренной выше модели вымени описывается следующим уравнением эллипсоида в декартовых координатах с центром в начале координат:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (4)$$

где a , b и c – полуоси эллипсоида ($a = 0,157$ м; $b = 0,176$ м и $c = 0,25$ м).

Подставляя значения размеров полуосей эллипсоида в a , b , c и округлив, получим

$$\frac{x^2}{0,02465} + \frac{y^2}{0,03098} + \frac{z^2}{0,0625} = 1. \quad (5)$$

Соответственно, геометрическая форма вымени будет упрощенно представлять собой нижнюю часть эллипсоида, описываемого выражением (4), определяемую значениями x , y и z в пределах заданных эллипсоидом и для каждого значения x (от $-0,157$ до $0,157$), y (от $-0,176$ до $0,176$) значение z будет ограничено сверху плоскостью $z = -\frac{1}{4}y$, которая накладывает условие на верхнюю границу модели.

Область в пространстве $D \subset R^3$:

$$D = \{(x, y, z) \mid \frac{x^2}{0,02465} + \frac{y^2}{0,03098} + \frac{z^2}{0,0625} \leq 1, \quad z \leq -\frac{y}{4}, \quad (6)$$

где значения x , y и z измеряются в метрах.

Заключение

Данная математическая модель, упрощенно описывающая геометрическую форму вымени коров, может быть использована при определении видимой боковой поверхности вымени с различных точек наблюдения, что востребовано при обосновании угла установки тепловизионной камеры для получения максимально информативного термографического снимка вымени коров.

Список использованных источников

1. Ракевич, Ю. А. Технология и средства для бесконтактной идентификации мастита коров термографическим методом в условиях поточного производства молока / Ю. А. Ракевич // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя аграрных навук. – 2025. – Т. 63. – № 1. – С. 68–79.
2. Юрочка, С. С. Технология бесконтактной оценки физиологического состояния вымени для ранней диагностики заболеваний / С. С. Юрочка [и др.] // Вестник российской сельскохозяйственной науки. – 2023. – № 5. – С. 83–89.
3. Гарькавый, Ф. Л. Селекция коров и машинное доение : монография / Ф. Л. Гарькавый. – М. : Колос, 1974. – 146 с.
4. Изилов, Ю. С. Практикум по скотоводству : учеб. пособие / Ю. С. Изилов. – М. : КолосС, 2009. – 183 с.
5. Изучение морфологических и функциональных особенностей вымени коров в связи с возрастом и лактацией / А. А. Лазовский, В. И. Смунов, Н. Е. Иванова, Е. Г. Парфенова // Ученые записки Витебской ордена «Знак Почета» государственной академии ветеринарной медицины. – Витебск, 2000. – Т. 36. – Ч. 1. – С. 163–165.